Hyp. 3. Corpus ~~...~~ in dato tempore viribus conjunctis eo ferri quo viribus divisis in temporibus æqualibus successive.
Hyp. 4

De motu corporum in gyrum.

Def. 1. Vim centripetam appello qua corpus impellitur vel attrahitur versus aliquod punctum quod ut centrum spectatur.

Def. 2. Et vim corporis seu corpori insitam qua id conatur perseverare in motu suo secundum lineam rectam.

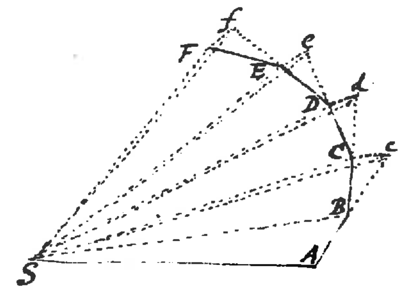
Def. 3. Et resistentiam quæ est medij regulariter impedientis.

Hypoth. 1. ~~Corpus nec medio impediri nec alijs causis externis quo minus omnibus insita et centripeta exquisite cedant.~~ ~~Resistentiam esse ut corporis celeritas et medij densitas conjunctim in proximis~~ propositionibus nullam esse, in sequentibus esse ut corporis celeritas et medij densitas conjunctim.

Hypoth. 2. Corpus omne sola vi insita uniformiter secundum rectam lineam in infinitum progredi nisi aliquid extrinsecus impediat.

~~Hypoth. 3. Resistentiam in proximis novem propositionibus nullam esse, in sequentibus esse ut corporis celeritas et~~

Theorema 1. Gyrantia omnia radijs ad centrum ductis areas temporibus proportionales describere.

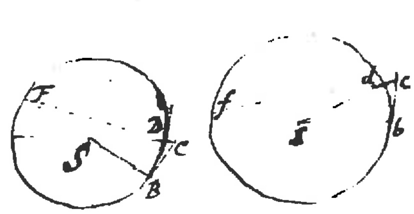


Dividatur tempus in partes æquales, et prima temporis parte describat corpus vi insita rectam AB. Idem secunda temporis parte si nil impediret[a] rectà pergeret ad c describens lineam Bc æqualem ipsi AB adeo ut radijs AS, BS, cS ad centrum actis confectæ forent æquales areæ ASB, BSc. Verum ubi corpus venit ad B agat vis centripeta impulsu unico sed magno, faciatque corpus a recta Bc deflectere et pergere in recta BC. Ipsi BS parallela agatur cC occurrens BC in C et completa secunda temporis parte[b] corpus reperietur in C. Junge SC et triangulum SBC ob parallelas SB, Cc æquale erit triangulo SBc atque adeo etiam triangulo SAB. Simili argumento si vis centripeta successivè agat in C, D, E &c, faciens corpus singulis temporis momentis singulas describere rectas CD, DE, EF &c triangulum SCD triangulo SBC et SDE ipsi SCD et SEF ipsi SDE æquale erit. Æqualibus igitur temporibus æquales areæ describuntur. Sunto jam hæc triangula numero infinita et infinitè parva, sic, ut singulis temporis momentis singula respondeant triangula, agente vi centripeta sine intermissione, & constabit propositio.

a Hyp. 1.

~~b Hyp.~~ b Lem. 1.

Theorem. 2. Corporibus in circumferentijs circulorum uniformiter gyrantibus vires centripetas esse ut arcuum simul descriptorum quadrata applicata ad radios circulorum.



Corpora B, b in circumferentijs circulorum BD, bd gyrantia simul describant arcus BD, bd. Sola vi insita describerent tangentes BC, bc his arcubus æquales. Vires centripetæ sunt quæ perpetuò retrahunt corpora de tangentibus ad circumferentias, atque adeo hæ sunt ad invicem ut spatia ipsis superata CD, cd, id est productis CD, cd ad F et f ut $\frac{BC\,quad}{CF}$ ad $\frac{bc\,quad}{cf}$ sive ut $\frac{BD\,quad}{\frac{1}{2}CF}$ ad $\frac{bd\,quad}{\frac{1}{2}cf}$. Loquor de spatijs BD, bd minutissimis inque infinitum diminuendis sic ut pro $\frac{1}{2}CF$, $\frac{1}{2}cf$ scribere liceat circulorum radios SB, sb. Quo facto constat Propositio.

Cor 2. Et reciproce ut quadrata temporum periodicorum applicata ad radios.

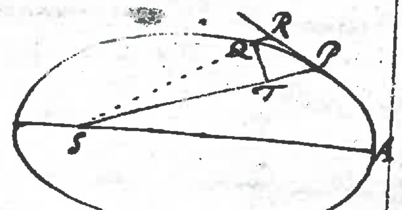
Cor 3. Unde si quadrata temporum periodicorum sunt ut radii circulorum vires centripetae sunt aequales. Et vice versa.

Cor 4. Si quadrata temporum periodicorum sunt ut quadrata radiorum vires centripetae sunt reciproce ut radii. Et vice versa.

Cor 5. Si quadrata temporum periodicorum sunt ut cubi radiorum vires centripetae sunt reciproce ut quadrata radiorum. Et vice versa.

Schol. Casus Corollarii quinti obtinet in corporibus caelestibus. Quadrata temporum periodicorum sunt ut cubi distantiarum a communi centro circum quod volvuntur. Id obtinere in Planetis majoribus circa Solem gyrantibus inque minoribus circa Jovem et Saturnum jam statuunt Astronomi.

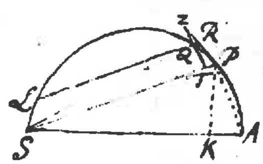
Theor. 3. Si corpus P circa centrum S gyrando, describat lineam quamvis curvam APQ, et si tangat recta PR curvam illam in puncto quovis P et ad tangentem ab alio quovis curvae puncto Q agatur QR distantiae SP parallela ac demittatur QT perpendicularis ad distantiam SP: dico quod vis centripeta sit reciproce ut solidum $\frac{SP\ quad. \times QT\ quad.}{QR}$, si modo solidi illius ea semper sumatur quantitas quae ultimo fit ubi coeunt puncta P et Q.



Namque in figura indefinite parva QRPT lineola QR dato tempore est ut vis centripeta et data vi ut quadratum temporis atque adeo neutro dato ut ~~quadratum~~ vis centripeta et quadratum temporis conjunctim, id est ut vis centripeta semel et area SQP tempori proportionalis (vel duplum ejus $SP \times QT$) bis. Applicetur hujus proportionalitatis pars utraque ad lineolam QR et fiet unitas ut vis centripeta et $\frac{SPq \times QTq}{QR}$ conjunctim, hoc est vis centripeta reciproce ut $\frac{SPq \times QTq}{QR}$. Q.E.D. 2 Hyp. 4 & Lem. 2

Corol. Hinc si detur figura quaevis et in ea punctum ad quod vis centripeta dirigitur, inveniri potest lex vis centripetae quae corpus in figurae illius perimetro gyrare faciet. Nimirum computandum est solidum $\frac{SPq \times QTq}{QR}$ huic vi reciproce proportionale. Ejus rei dabimus exempla in problematis sequentibus.

Prob. 1. Gyrat corpus in circumferentia circuli, requiritur lex ~~gravitatis~~ vis centripetae tendentis ad punctum aliquod in circumferentia.



Esto circuli circumferentia SQPA, centrum ~~gravitatis~~ vis centripetae S, corpus in circumferentia latum P, locus proximus in quem movebitur Q. Ad SA diametrum et SP demitte perpendicula PK, QT et per Q ipsi SP ~~aequalem~~ parallelam age LR occurrentem circulo in L et tangenti PR in R, et coeant TR, PR in Z. Ob similitudinem triangulorum ZQR, ZTP, SPA erit RPq (hoc est QRL) ad QTq ut SAq ad SPq. Ergo $\frac{QRL \times SPq}{SAq} = QTq$. Ducantur haec aequalia in $\frac{SPq}{QR}$ et punctis P et Q coeuntibus scribatur SP pro RL. Sic fiet $\frac{SPqc}{SAq} = \frac{QTq \times SPq}{QR}$. Ergo ~~gravitas~~ vis centripeta reciproce est ut $\frac{SPqc}{SAq}$, id est (ob datum SAq) ut quadrato-cubus distantiae SP. Quod erat inveniendum.

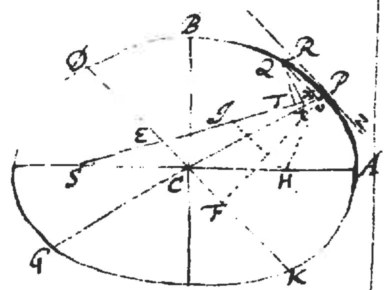
note: gravitatis

gravitas

Schol. Caeterum in hoc casu et similibus concipiendum est quod postquam posquam corpus pervenit ad centrum S, id non amplius redibit in orbem sed abibit in tangente. In spirali quæ secat radios omnes in dato angulo vis centripeta tendens ad Spiralis principium est in ratione triplicata distantiæ reciprocè, sed in principio illo recta nulla positione determinata spiralem tangit.

gravitas

Prob. 2. Gyrat corpus in Ellipsi veterum: requiritur lex ~~gravitatis~~ vis centripetæ tendentis ad centrum Ellipseos.



Sunto CA, CB semi-axes Ellipseos, GP, DK diametri conjugatæ, PF, Qt perpendicula ad diametros, Qv ordinatim applicata ad diametrum GP et QvPR parallelogrammum. His constructis erit (ex Conicis) PvG ad Qv^2 ut PC^2 ad CD^2 et Qv^2 ad Qt^2 ut PC^2 ad PF^2 et conjunctis rationibus PvG ad Qt^2 ut PC^2 ad CD^2 et PC^2 ad PF^2, id est vG ad $\frac{Qt^2}{Pv}$ ut PC^2 ad $\frac{CD^2 \times PF^2}{PC^2}$. Scribe QR pro Pv, ~~Perpendiculo~~

a et $BC \times CA$ pro $CD \times PF$, nec non (punctis P et Q coeuntibus) $2PC$ pro vG et ductis extremis et medijs in se mutuò, fiet $\frac{Qt^2 \times PC^2}{QR} = \frac{2BC^2 \times CA^2}{PC}$. Est ergo vis centripeta reciprocè ut $\frac{2BC^2 \times CA^2}{PC}$ id est (ob datum $2BC^2 \times CA^2$) ut $\frac{1}{PC}$, hoc est directè, ut distantia PC. Q. E. I. a Per Lem. 4

gravitas

Prob. 3. Gyrat corpus in ellipsi: requiritur lex ~~gravitatis~~ vis centripetæ tendentis ad umbilicum Ellipseos.

Esto Ellipseos superioris umbilicus S. Agatur SP secans Ellipseos diametrum DK in E. Patet EP æqualem esse semiaxi majori AC eo, quod actâ ab altero Ellipseos umbilico H linea HI ipsi EC parallela, ob æquales CS, CH æquentur ES, EI adeo ut EP semisumma sit ipsarum PS, PI id est (ob parallelas HI, PR et angulos æquales IPR, HPZ) ipsarum PS, PH quæ conjunctim axem totum 2AC adæquant. Ad SP demittatur perpendicularis QT. Et Ellipseos latere recto principali (seu $\frac{2BC^2}{AC}$) dicto L, erit $L \times QR$ ad $L \times Pv$ ut QR ad Pv id est ut PE (seu AC) ad PC. et $L \times Pv$ ad GvP ut L ad Gv et GvP ad Qv^2 ut CP^2 ad CD^2, et Qv^2 ad Qx^2 puta ut M ad N et Qx^2 ad QT^2 ut EP^2 ad PF^2 id est ut CA^2 ad PF^2 sive a ut CD^2 ad CB^2. et conjunctis his omnibus rationibus, $L \times QR$ ad QT^2 ut AC ad PC + L ad Gv + CP^2 ad CD^2 + M ad N + CD^2 ad CB^2, id est ut $AC \times L$ (seu $2BC^2$) ad $PC \times Gv$ + CP^2 ad CB^2 + M ad N, sive ut 2PC ad Gv + M ad N. Sed punctis Q et P coeuntibus rationes 2PC ad Gv et M ad N fiunt æqualitatis: Ergo et ex his composita ratio $L \times QR$ ad QT^2. Ducatur pars utraque in $\frac{SP^2}{QR}$ et fiet $L \times SP^2 = \frac{SP^2 \times QT^2}{QR}$. Ergo vis centripeta reciprocè est ut $L \times SP^2$ id est in ratione duplicata distantiæ SP. Q. E. I. a Per Lem. 4

gravitas

~~Cor. Quincunque~~

Schol. Gyrant ergo Planetæ majores in ellipsibus habentibus umbilicum in centro solis, et radiis ad solem ductis describunt areas temporibus proportionales, omninò ut supposuit Keplerus. Et harum Ellipseon latera recta sunt $\frac{Qt^2}{QR}$, punctis P et Q spatio quam minimo et quasi infinitè parvo distantibus.

Theorem. 4.